



练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学

必修第三册 RJB

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答案本

01

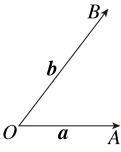
【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 两个向量的夹角

1. 定义: 给定两个 _____ 向量 a, b (如图所示), 在平面内任选一点 O , 作 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b$, 则称 $[0, \pi]$ 内的 $\angle AOB$ 为向量 a 与向量 b 的 _____, 记作 $\langle a, b \rangle$.



2. 向量的夹角 $\langle a, b \rangle$ 的取值范围是 _____. 当 a 与 b 同向时, 夹角 $\langle a, b \rangle$ 为 _____; 当 a 与 b 反向时, 夹角 $\langle a, b \rangle$ 为 _____. 且 $\langle a, b \rangle = \langle b, a \rangle$.

3. 当 $\langle a, b \rangle =$ _____ 时, 称向量 a 与向量 b 垂直, 记作 _____.

【诊断分析】判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 当两个非零向量共线时, 两个向量的夹角为 0 . ()

◆ 知识点二 向量的数量积的定义

1. 定义: 一般地, 当 a 与 b 都是非零向量时, 称 _____ 为向量 a 与 b 的数量积 (也称为内积), 记作 _____, 即 _____ = _____. 特别地, 零向量与任一向量的数量积为 _____.

(1) 当 $\langle a, b \rangle \in [0, \frac{\pi}{2})$ 时, $a \cdot b$ _____ 0 ;

(2) 当 $\langle a, b \rangle = \frac{\pi}{2}$ 时, $a \cdot b$ _____ 0 ;

(3) 当 $\langle a, b \rangle \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$ 时, $a \cdot b$ _____ 0 .

2. 两个向量的夹角公式: 求两个向量的夹角时可以利用数量积的变形公式 $\cos \langle a, b \rangle =$ _____.

【诊断分析】判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

(1) 向量 a, b 的数量积能表示为 $a \cdot b$ 和 ab , 不能表示为 $a \times b$. ()

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二 两平面向量的夹角、模的坐标表示

例 2 (1) [2024 · 北京房山区高一期末] 已知向量 $a = (2, 0), b = (m, 1)$, 且 a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 m 的值为 ()

A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

变式 (1) [2024 · 广西南宁二中高一期中] 已知向量 $a = (2, 0), b = (\lambda, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 若向量 b 在向量 a 上的投影 $c = (\frac{1}{2}, 0)$, 则 $|b| =$ ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{7}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ D. 1

[素养小结]

利用向量的数量积求两向量夹角或模的一般步骤

(1) 利用向量的坐标求出这两个向量的数量积.

(2) 利用 $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($a = (x, y)$) 求出两向量的模.

(3) 代入夹角公式求 $\cos \langle a, b \rangle$, 并根据 $\langle a, b \rangle$ 的范围确定夹角的大小.

拓展 已知点 $A(2, 0), B(0, 2), C(\cos \alpha, \sin \alpha)$ (其中 $0 < \alpha < \pi$), O 为坐标原点. 若 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}| = \sqrt{7}$, 求 \overrightarrow{OB} 与 \overrightarrow{OC} 的夹角.

◆ 探究点三 向量垂直的坐标形式的应用

例 3 (1) 已知点 $A(0, 2), B(1, -1), C(-3, 1)$, 若 $\lambda \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ 与 \overrightarrow{BC} 垂直, 则 $\lambda =$ ()

A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = (2, 3), \overrightarrow{AC} = (1, k)$, 若 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 则 k 的值为 _____.

变式 已知平面向量 $a = (\cos \alpha, \sin \alpha)$ ($0 \leq \alpha < 2\pi$), $b = (-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 且 a 与 b 不共线, 求证: 向量 $a + b$ 与 $a - b$ 垂直.

[素养小结]

利用坐标表示把向量垂直条件代数化, 使判定方法更加简捷, 运算更直接.

03

本章总结提升精选典型题和高考题, 提前对接高考

◆ 题型四 三角函数的图象与性质

[类型总述] (1)根据图象求函数解析式;(2)根据函数解析式求最值、单调区间、图象的对称轴和对称中心等.

例6 (1)[2023·天津卷] 已知函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴为直线 $x=2$, 一个周期为 4, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()

- A. $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
 B. $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$
 C. $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$
 D. $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$

(2)下列区间中, 函数 $f(x)=7\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 单调递增的区间是 ()

- A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$
 C. $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

变式 (1)[2024·北京海淀区人大附中高一月考] 函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0$) 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 且 $f(a)=-A, f(b)=A$, 则函数 $g(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ 在 $[a, b]$ 上 ()

- A. 单调递增 B. 单调递减
 C. 最大值为 A D. 最小值为 $-A$

(2)函数 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象的对称中心的坐标和对称轴方程分别为_____.

04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题, 增强学生思维训练

*9. (多选题)[2023·广州五中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 为其内角, 则下列关系式恒成立的有 ()

- A. $\sin(A+B)=\sin C$
 B. $\cos\left(\frac{A+B}{2}\right)=\sin\frac{C}{2}$
 C. $\sin(2A+2B)+\sin 2C=0$
 D. $\cos(2A+2B)+\cos 2C=0$

■ 思维探索 选做题

*15. 一质点从点 $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 出发, 沿着以原点为圆心, 1 为半径的圆顺时针运动 $\frac{\pi}{2}$ 到达点 Q , 则点 Q 的坐标为 ()

- A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

05

精选试题, 穿插设置滚动习题, 无缝对接阶段性复习巩固

I 滚动习题 (四)

范围 第七章

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题: 本题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

1. [2024·湖北十四校协作体高一月考] 已知集合 $A=\{x|\tan x=0\}, B=\{x|\cos x=0\}$, 则 ()
 A. $A=B$ B. $A\subseteq B$
 C. $A\supseteq B$ D. $A\cap B=\emptyset$
2. 已知点 $P\left(\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right), \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ 在角 θ 的终边上, 且 $\theta\in[0, 2\pi)$, 则角 θ 的大小为 ()
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

二、多项选择题: 本题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分.

7. [2024·广东深圳实验学校高一期末] 下列四组数中, 满足 $a>b>c$ 的有 ()
 A. $a=1.7^{2.5}, b=1.7^{0.3}, c=0.9^{3.1}$
 B. $a=\tan 1, b=\tan 2, c=\tan 3$
 C. $a=\tan 1, b=1, c=\sin 1$
 D. $a=\log_4 5, b=\log_3 4, c=\log_2 3$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

9. [2023·北京师范大学第二附属中学高一月考] 已知 $\tan \alpha=3, \alpha$ 是第三象限角, 则 $\cos^2 \alpha - \sin \alpha$ 的值为_____.

目录 Contents

07 第七章 三角函数

PART SEVEN

7.1 任意角的概念与弧度制	练 001/导 107
7.1.1 角的推广	练 001/导 107
7.1.2 弧度制及其与角度制的换算	练 003/导 110
7.2 任意角的三角函数	练 005/导 114
7.2.1 三角函数的定义	练 005/导 114
7.2.2 单位圆与三角函数线	练 007/导 116
7.2.3 同角三角函数的基本关系式	练 009/导 119
7.2.4 诱导公式	练 011/导 122
第 1 课时 诱导公式 (一)	练 011/导 122
第 2 课时 诱导公式 (二)	练 013/导 125
滚动习题 (一) [范围 7.1~7.2]	练 015
7.3 三角函数的性质与图象	练 017/导 128
7.3.1 正弦函数的性质与图象	练 017/导 128
第 1 课时 正弦函数的性质	练 017/导 128
第 2 课时 正弦函数的图象	练 019/导 132
7.3.2 正弦型函数的性质与图象	练 021/导 134
第 1 课时 正弦型函数的性质与图象 (一)	练 021/导 134
第 2 课时 正弦型函数的性质与图象 (二)	练 023/导 139
滚动习题 (二) [范围 7.3.1~7.3.2]	练 025
7.3.3 余弦函数的性质与图象	练 027/导 144
7.3.4 正切函数的性质与图象	练 029/导 148
7.3.5 已知三角函数值求角	练 031/导 152
滚动习题 (三) [范围 7.3]	练 033
7.4 数学建模活动: 周期现象的描述	导 154
滚动习题 (四) [范围 第七章]	导 157
滚动习题 (四) [范围 第七章]	练 035

08 第八章 向量的数量积与三角恒等变换

PART EIGHT

8.1 向量的数量积	练 037/导 162
8.1.1 向量数量积的概念	练 037/导 162
8.1.2 向量数量积的运算律	练 039/导 165
8.1.3 向量数量积的坐标运算	练 041/导 166
滚动习题(五) [范围 8.1]	练 043
8.2 三角恒等变换	练 045/导 169
8.2.1 两角和与差的余弦	练 045/导 169
8.2.2 两角和与差的正弦、正切	练 047/导 171
8.2.3 倍角公式	练 049/导 173
8.2.4 三角恒等变换的应用	练 051/导 176
第 1 课时 三角函数式的化简与求值	练 051/导 176
第 2 课时 三角恒等变换公式的应用	练 053/导 179
滚动习题(六) [范围 8.2]	练 055
本章总结提升	导 182
滚动习题(七) [范围 第八章]	练 057
◆ 参考答案(练习册)	练 059
◆ 参考答案(导学案)	导 185

测 评 卷

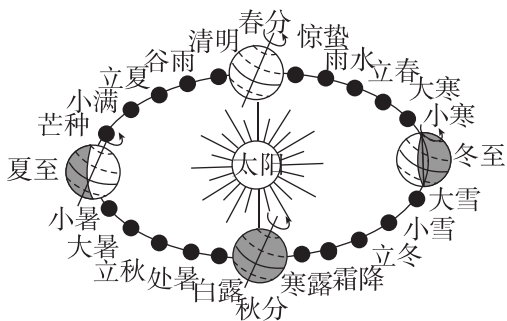
单元素养测评卷(一) A [第七章]	卷 01
单元素养测评卷(一) B [第七章]	卷 03
单元素养测评卷(二) A [第八章]	卷 05
单元素养测评卷(二) B [第八章]	卷 07
模块素养测评卷(一)	卷 09
模块素养测评卷(二)	卷 11
参考答案	卷 13

7.1 任意角的概念与弧度制

7.1.1 角的推广

一、选择题

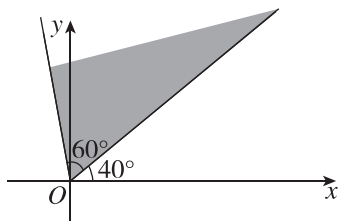
- 集合 $A = \{\alpha | \alpha = -2024^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ 中的最大负角为 ()
 A. -2024° B. -224°
 C. -44° D. -24°
- [2024·山东枣庄高一期末] 已知集合 $A = \{\text{钝角}\}$, $B = \{\text{第二象限角}\}$, $C = \{\text{小于 } 180^\circ \text{ 的角}\}$, 则 ()
 A. $A = B$ B. $B = C$
 C. $A \subseteq B$ D. $B \subseteq C$
- 如图所示, 地球绕太阳的轨道称为黄道, 而二十四节气正是按照太阳在黄道上的位置来划分的. 当太阳垂直照射赤道时定为“黄经 0 度”, 即春分点. 从这里出发, 每前进 15 度就为一个节气, 从春分往下依次顺延为清明、谷雨、立夏等. 待运行一周后就又回到春分点, 此为一回归年, 共 360 度, 则芒种为黄经 ()



- 60 度 B. 75 度
 - 270 度 D. 285 度
- *4. [2023·陕西西北农林科技大学附中高一月考] 给出下列命题:
- ①第一、二象限的角组成的集合为 $\{\alpha | k \cdot 360^\circ < \alpha < k \cdot 360^\circ + 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$;
 - ②第二象限角大于第一象限角;
 - ③将表的分针拨快 10 分钟, 则分针转过的角为 60° ;
 - ④若 α 是第二象限角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边在第一象限.

其中真命题的个数是 ()

- 0 B. 1
 - 2 D. 3
- 设集合 $A = \{\alpha | \alpha = 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $B = \{\beta | \beta = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 ()
 A. $A \subseteq B$ B. $B \subseteq A$
 C. $A \cap B = \emptyset$ D. $A = B$
 - 若角 $\alpha = m \cdot 360^\circ + 60^\circ, m \in \mathbf{Z}, \beta = k \cdot 360^\circ + 120^\circ, k \in \mathbf{Z}$, 则角 α 与 β 的终边的位置关系是 ()
 A. 重合
 B. 关于原点对称
 C. 关于 x 轴对称
 D. 关于 y 轴对称
 - [2024·武汉二中高一期末] 下列说法正确的是 ()
 A. 小于 84° 的角是锐角
 B. 24° 角与 2024° 角的终边相同
 C. 将时钟拨快 30 分钟, 则分针转过的角为 -180°
 D. 若 α 是第一象限角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第二或第四象限角
 - (多选题)[2024·江西九江高一期末] 如图, 若角 α 的终边落在阴影部分(包括边界), 则角 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边可能在 ()



- 第一象限 B. 第二象限
- 第三象限 D. 第四象限

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

9. (多选题)下列条件中,能使 α 和 β 的终边关于 y 轴对称的是 ()
- A. $\alpha + \beta = 90^\circ$
 B. $\alpha + \beta = 180^\circ$
 C. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ + 90^\circ (k \in \mathbf{Z})$
 D. $\alpha + \beta = (2k + 1) \cdot 180^\circ (k \in \mathbf{Z})$

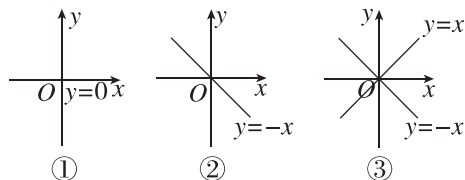
二、填空题

10. 30° 角的终边按逆时针方向旋转三周后得到的角为_____.
11. 已知集合 $A = \{\alpha \mid \alpha = k \cdot 90^\circ - 36^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{\beta \mid -180^\circ < \beta < 180^\circ\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
12. 已知角 α 与 β 的终边关于直线 $y = -x$ 对称,且 $\alpha = -60^\circ$,则 $\beta =$ _____.

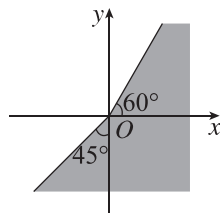
三、解答题

13. 在与 -2024° 角终边相同的角中,求满足下列条件的角.
- (1)最小的正角;
 (2)最大的负角;
 (3)在 $[-720^\circ, 720^\circ)$ 内的角.

14. (1)写出与 $\alpha = -1910^\circ$ 的终边相同的角 β 的集合,并把集合中满足不等式 $-720^\circ \leq \beta < 360^\circ$ 的元素 β 写出来.
 (2)分别写出终边在如图①②③所示的直线上的角的集合.

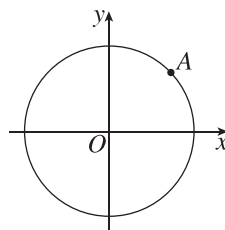


- (3)如图,求终边落在阴影区域(包括边界)的角的集合.



思维探索 选做题

15. [2024·安徽蚌埠高一期中] 将角 α 的终边绕坐标原点 O 逆时针旋转 60° 后与 130° 角的终边重合,则与角 α 的终边相同的角的集合为 ()
- A. $\{\beta \mid \beta = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
 B. $\{\beta \mid \beta = k \cdot 360^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
 C. $\{\beta \mid \beta = k \cdot 180^\circ + 150^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
 D. $\{\beta \mid \beta = k \cdot 360^\circ + 70^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
16. 如图,半径为1的圆的圆心位于坐标原点 O ,点 P 从点 $A(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 出发,按逆时针方向匀速沿圆周运动.已知 P 在1秒内转过的角度为 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$),经过2秒到达第三象限,经过14秒后又恰好回到出发点 A ,求 θ ,并判断 θ 的终边所在的象限.



7.1.2 弧度制及其与角度制的换算

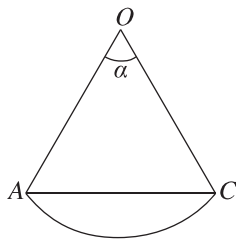
一、选择题

1. 若 $\alpha = -\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 则 α 的终边在 ()
- A. 第一象限 B. 第一、三象限
C. 第二象限 D. 第二、四象限
2. [2023·湖北十堰天河英才高中高一月考] 下列表达式中与角 $\frac{9\pi}{4}$ 的终边相同的是 ()
- A. $\alpha = 2k\pi + 45^\circ (k \in \mathbf{Z})$
B. $\alpha = k \cdot 360^\circ + \frac{9\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$
C. $\alpha = k \cdot 360^\circ - 315^\circ (k \in \mathbf{Z})$
D. $\alpha = k\pi + \frac{5\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$
3. [2023·辽宁凌源高一期末] 密位制是度量角的一种方法, 把一周角等分为 6000 份, 每一份叫作 1 密位的角. 以密位作为角的度量单位, 这种度量角的单位制叫作角的密位制. 在角的密位制中, 采用四个数码表示角的大小, 单位名称密位二字可以省去不写. 密位的写法是在百位数与十位数之间画一条短线, 如 7 密位写成“0-07”, 478 密位写成“4-78”, 1 周角等于 6000 密位, 记作 1 周角 = 60-00, 1 直角 = 15-00. 若一个半径为 3 的扇形的面积为 $\frac{3\pi}{10}$, 则其圆心角的密位制表示为 ()
- A. 14-40 B. 12-50
C. 4-00 D. 2-00
4. [2024·陕西渭南高一期末] 从一个圆面中剪下一个扇形, 设扇形的面积为 S_1 , 圆面中剩下部分的面积为 S_2 , 当 S_1 与 S_2 的比值为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 时, 扇形看上去较为美观, 此时扇形的圆心角为 ()
- A. $(3-\sqrt{5})\pi$ B. $(\sqrt{5}-1)\pi$
C. $(\sqrt{5}+1)\pi$ D. $(\sqrt{5}-2)\pi$
5. [2024·贵州六盘水高一期末] 如图①, 达·芬奇的经典之作《蒙娜丽莎》举世闻名, 画中女子神秘的微笑, 数百年来引无数观赏者对其进行研究. 某业余爱好者对《蒙娜丽莎》的缩小影像作品进行粗略测绘, 将画中女子的嘴唇近似看作一段圆弧, 并测得圆弧 AC 所对的圆心角 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ (O 为圆心), 弦 AC 的长为 10 cm, 如图②. 根据测量得

到的数据计算《蒙娜丽莎》缩小影像作品中圆弧 AC 的长为 ()



图①



图②

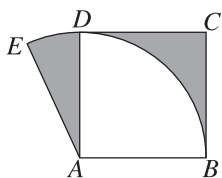
- A. 600π cm B. $\frac{100}{3}\pi$ cm
C. $\frac{10}{3}\pi$ cm D. $\frac{5}{3}\pi$ cm
- *6. [2023·陕西汉中龙岗中学高一期中] 已知某扇形的周长为 100 cm, 则该扇形的面积 S 的最大值为 ()
- A. 100 cm^2 B. 625 cm^2
C. 1250 cm^2 D. 2500 cm^2
7. [2024·江西新余高一期末] 已知集合 $A = \left\{ x \mid 2k\pi + \frac{\pi}{6} < x < 2k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 集合 $B = \left\{ x \mid k\pi + \frac{\pi}{4} < x < k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\left(2k\pi + \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{\pi}{3} \right), k \in \mathbf{Z}$
B. $\left(k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{3} \right), k \in \mathbf{Z}$
C. $\left(2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{\pi}{3} \right), k \in \mathbf{Z}$
D. $\left(k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{\pi}{3} \right), k \in \mathbf{Z}$
8. (多选题) [2024·重庆育才中学高一月考] 下列说法正确的是 ()
- A. 1 弧度的角与 1° 的角一样大
B. 三角形的内角必是第一或第二象限角
C. 若 α 是第三象限角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 是第二或第四象限角
D. 终边在 y 轴正半轴上的角的集合为 $\left\{ \theta \mid \theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z} \right\}$

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

9. (多选题)若扇形的弧长变为原来的 2 倍,半径变为原来的 2 倍,则 ()
- A. 扇形的面积不变
B. 扇形的圆心角不变
C. 扇形的面积变为原来的 4 倍
D. 扇形的圆心角变为原来的 2 倍

二、填空题

10. [2023·辽宁盘锦辽东湾实验中学高一月考] 已知扇形的周长是 12,面积是 8,则扇形的圆心角的弧度数可能是_____.
11. 走时精确的钟表在中午 12 时分针与时针重合于表面上 12 的位置,则当下一次分针与时针重合时,时针转过的弧度数的绝对值为_____.
12. 如图所示,以正方形 $ABCD$ 中的点 A 为圆心, AB 为半径作扇形 AEB ,若图中两块阴影部分的面积相等,则 $\angle EAD$ 的弧度数为_____.

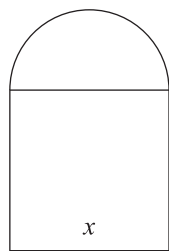


三、解答题

13. 已知角 $\alpha = -1725^\circ$.
- (1)将 α 改写成 $\beta + 2k\pi$ ($k \in \mathbf{Z}, 0 \leq \beta < 2\pi$) 的形式,并指出 α 是第几象限角;
(2)在区间 $[-5\pi, 0)$ 内找出与 α 终边相同的角.

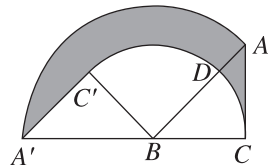
14. [2024·广东佛山南海区艺术高级中学高一月考] 小明准备用铝合金材料制成如图所示的窗架,窗架的下部是矩形,上部是半圆形,要求窗架围成的总面积为 3 平方米.设窗架的周长为 L 米,矩形下缘为 x 米.
- (1)建立 L 关于 x 的函数表达式;
(2)要制成上述窗架,10 米的铝合金材料是否够用?(不计算损耗)

参考数据: $\pi \approx 3, \sqrt{6} \approx 2.45, \sqrt{11} \approx 3.32$,精确到 0.1.

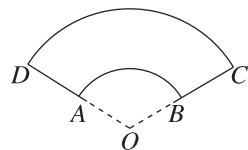


思维探索 选做题

15. [2024·山东青岛高一期未] 如图,已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle C = \frac{\pi}{2}, AC = 1$,在平面内 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置,使 C, B, A' 在同一条直线上,其中弧 AA' ,弧 CC' 分别为 A, C 的旋转轨迹, AB 与弧 CC' 交于点 D ,则图中阴影部分的面积为_____.
16. [2024·河南南阳高一期中] 玉雕具有悠久的发展历史,拥有深厚的文化底蕴,数千年来始终以其独特的内涵与魅力深深吸引着世人.如图①是一幅扇环形玉雕壁画,其平面图为如图②所示的扇环形(由扇形 OCD 挖去扇形 OAB 后构成).已知该扇环形玉雕壁画的周长为 320 cm.



图①



图②

- (1)若 $OD = 2OA = 80$ cm,求该扇环形玉雕壁画的弧 CD 的长度;
(2)若 $AD = 2OA$,求该扇环形玉雕壁画的面积的最大值.

7.2 任意角的三角函数

7.2.1 三角函数的定义

一、选择题

1. [2024·浙江温州高一期末] “ $\sin \alpha > 0$ ”是“ α 是第一象限角”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. [2024·湖南平江三中高一期中] 在平面直角坐标系中,角 α 的顶点与坐标原点重合,始边落在 x 轴的正半轴上,终边经过点 $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$,则 $\sin \alpha \cos \alpha =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$
- B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

*3. [2024·南京高一期末] 已知角 θ 的终边经过点 $P(x, -5)$,且 $\tan \theta = \frac{5}{12}$,则 x 的值是 ()

- A. -13
- B. -12
- C. 12
- D. 13

4. 已知 α 为钝角, β 为锐角,则点 $P(\cos \alpha, \tan \beta)$ 位于 ()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

*5. [2023·重庆育才中学高一月考] 已知 α 是第二象限角,则点 $P(\tan \frac{\alpha}{2}, \sin 2\alpha)$ 位于 ()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

6. [2024·南昌高一期中] 已知角 θ 的终边经过点 $P(3^a - 9, \log_2 a - 2)$,若 $\cos \theta > 0$,且 $\sin \theta < 0$,则实数 a 的取值范围是 ()

- A. (1,3)
- B. (2,4)
- C. (3,4)
- D. (4,6)

*7. [2024·河南洛阳高一期末] 已知集合 $M = \{y \mid y = \frac{1}{2} (\frac{|\sin \theta|}{\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{|\cos \theta|})\}$, $N = \{a, b, \lg a\}$,若 $M = N$,则 $ab =$ ()

- A. -4
- B. -1
- C. 1
- D. 4

8. (多选题)[2023·山东威海高一期末] 已知点 $P(x, 1)$ 在角 α 的终边上,且 $\cos \alpha = \frac{x}{2}$,则 x 的值可以是 ()

- A. $\pm\sqrt{2}$
- B. ± 1
- C. $\pm\sqrt{3}$
- D. 0

9. (多选题)[2024·吉林延边高一期末] 已知函数 $f(x) = \log_a |x - 2| + 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)的图象经过定点 A ,且点 A 在角 θ 的终边上,则 $\sin \theta$ 的值可能是 ()

- A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$
- B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$
- C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

二、填空题

*10. [2024·浙江金华十校高一期末] $\sin 2$ _____ 0.
(填“>”或“<”)

11. 如果 $\cos x = |\cos x|$,那么角 x 的取值范围为 _____.

12. 若角 α 的终边经过点 $(3a - 9, a + 2)$,且 $\cos \alpha \leq 0$, $\sin \alpha > 0$,则 a 的取值范围是 _____.

班级
姓名
答题区
号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 确定下列式子的符号.

(1) $\tan 125^\circ \sin(-273^\circ)$;

(2) $\frac{\tan 108^\circ}{\cos 305^\circ}$;

(3) $\sin \frac{5\pi}{4} \cos \frac{4\pi}{5} \tan \frac{11\pi}{6}$;

(4) $\frac{\cos \frac{5\pi}{6} \tan \frac{11\pi}{6}}{\sin \frac{2\pi}{3}}$.

14. [2024·江苏苏州高一期末] 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知角 θ 的终边经过点 $P(3a, -4a)$, 其中 $a \neq 0$.

(1) 求 $\cos \theta$ 的值;

(2) 若 θ 为第二象限角, 求 $\cos \theta \sqrt{\frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta}} + \tan \theta \sqrt{\frac{1+\cos \theta}{1-\cos \theta}}$ 的值.

► 思维探索 选做题

*15. 一质点从点 $P(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 出发, 沿着以原点为

圆心, 1 为半径的圆顺时针运动 $\frac{\pi}{2}$ 到达点 Q ,

则点 Q 的坐标为 ()

A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

C. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

16. (1) 已知 θ 是第二象限角, 试判断 $\tan(\sin \theta) \cdot \tan(\cos \theta)$ 的符号.

(2) 若 $\sin(\cos \theta) \cdot \cos(\sin \theta) < 0$, 则角 θ 的终边在哪些位置?



7.2.2 单位圆与三角函数线

一、选择题

- 若 $\cos \alpha = \cos \beta$, 则角 α 与 β 的终边除了可能重合外, 还有可能 ()
 A. 关于 x 轴对称
 B. 关于 y 轴对称
 C. 关于直线 $y=x$ 对称
 D. 关于原点对称
- 下列关系式中正确的是 ()
 A. $\sin 1 < \cos 1 < \tan 1$
 B. $\cos 1 < \sin 1 < \tan 1$
 C. $\tan 1 < \sin 1 < \cos 1$
 D. $\cos 1 < \tan 1 < \sin 1$
- 下列区间中, 使 $\sin x \leq \cos x$ 恒成立的是 ()
 A. $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ B. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
 C. $[-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ D. $[0, \pi]$
- 已知 α 是 $\triangle ABC$ 的一个内角, 且 $\tan \alpha - \sqrt{3} \geq 0$, 则 $\sin \alpha$ 的取值范围是 ()
 A. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$ B. $[\frac{1}{2}, 1)$
 C. $[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ D. $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$
- 若 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$, 则下列各式中正确的个数是 ()
 ① $\sin \theta + \cos \theta < 0$;
 ② $\sin \theta - \cos \theta > 0$;
 ③ $|\sin \theta| < |\cos \theta|$;
 ④ $\sin \theta + \cos \theta > 0$.
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 若 $a = 1.2, b = \sin 1.2, c = \tan 1.2$, 则 ()
 A. $c > a > b$ B. $c > b > a$
 C. $a > c > b$ D. $b > c > a$
- [2023·合肥庐阳中学高一月考] 已知 $0 \leq x < 2\pi$, 则使 $\sin x \geq \frac{1}{2}$ 且 $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 同时成立的 x 的取值范围是 ()
 A. $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ B. $[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}]$
 C. $[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}]$ D. $(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}]$

- (多选题)[2023·辽宁葫芦岛高一期末] 下列说法正确的是 ()
 A. α 一定时, 单位圆中的正弦线也一定
 B. 在单位圆中, 有相同正弦线的角相等
 C. α 和 $\alpha + \pi$ 有相同的余弦线
 D. 有相同正切线的两角的终边在同一条直线上
- (多选题) 已知 $\sin \alpha > \sin \beta$, 那么下列说法正确的是 ()
 A. 若 α, β 是第一象限角, 则 $\cos \alpha > \cos \beta$
 B. 若 α, β 是第二象限角, 则 $\tan \alpha < \tan \beta$
 C. 若 α, β 是第三象限角, 则 $\cos \alpha > \cos \beta$
 D. 若 α, β 是第四象限角, 则 $\tan \alpha > \tan \beta$

二、填空题

- $\sin \frac{2\pi}{5}, \cos \frac{6\pi}{5}, \tan \frac{2\pi}{5}$ 的大小关系是 _____.
- 若 $\alpha \in (\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$, 在单位圆中, 角 α 的正弦线、余弦线、正切线分别是 $\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AT}$, 则 $|\overrightarrow{MP}|, |\overrightarrow{OM}|, |\overrightarrow{AT}|$ 的大小关系为 _____.
- 函数 $y = \lg(2\sin x - 1) + \sqrt{1 - 2\cos x}$ 的定义域为 _____.

三、解答题

- 分别作出下列各角的正弦线、余弦线和正切线, 并利用它们求出各角的正弦、余弦和正切.
 (1) $-\frac{2\pi}{3}$; (2) $-\frac{13\pi}{6}$.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	8
9	

14. 利用单位圆和三角函数线解不等式组

$$\begin{cases} \sin x > \cos x, \\ \sin x > \tan x \end{cases} \quad (0 \leq x < 2\pi).$$

思维探索 选做题

*15. [2023·山东东营高一期末] 方程 $\sin x = x$ 的实数解的个数为 ()

- A. 1 B. 3
C. 5 D. 7

16. 证明: $\sin \frac{1}{2} \cdot \sin \frac{2}{3} \cdot \sin \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot$

$$\sin \frac{2023}{2024} < \frac{1}{2024}.$$

7.2.3 同角三角函数的基本关系式

一、选择题

1. [2024·河南南阳高一期中] 已知 α 为第二象限角, 则 $x = \frac{\sin \alpha}{|\sin \alpha|} + \frac{\sqrt{1-\sin^2 \alpha}}{\cos \alpha}$ 的值是 ()
- A. -1 B. 0
C. 1 D. 2
2. [2024·河北邯郸高一期末] 若角 α 为第二象限角, $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 $\cos \alpha =$ ()
- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
3. [2023·河南焦作四中高一月考] 已知 $\frac{\cos x}{\sin x - 1} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{1 + \sin x}{\cos x} =$ ()
- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. 2 D. -2
4. 若 $5\sin \alpha + 2\cos \alpha = 0$, 则 $\sqrt{(1-\sin^2 \alpha)(1-\cos^2 \alpha)}$ 的值为 ()
- A. $\frac{10}{29}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{29}$
C. $\frac{20}{29}$ D. $\pm \frac{10}{29}$
- *5. [2024·成都高一期末] 若 $0 < \alpha < \pi$, 且 $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ 是关于 x 的方程 $x^2 - \frac{1}{5}x + m = 0$ 的两个实根, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha$ 的值是 ()
- A. $\frac{12}{25}$ B. $-\frac{12}{25}$
C. $\pm \frac{7}{5}$ D. $\frac{7}{5}$
6. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ 且 $\cos \alpha + 3\sin \alpha = \sqrt{5}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{2}$
C. -2 D. -3

7. 定义运算: $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{vmatrix} = a_1 a_4 - a_2 a_3$. 若 $\begin{vmatrix} 2 & -2\cos \alpha \\ 1 & \sin \alpha \end{vmatrix} = \frac{2}{5}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan \alpha =$ ()
- A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$
8. (多选题)[2024·郑州宇华实验学校高一月考] 已知关于 x 的方程 $x^2 + m = 0$ 有两个不相等的实数根 $\sin \theta, \cos \theta$, 其中 $0 \leq \theta < 2\pi$, 则下列选项正确的是 ()
- A. $\tan \theta = 1$
B. $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2}$
C. $\sin \theta + \cos \theta = 0$
D. $m = -\frac{1}{2}$
9. (多选题) 设 $f(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1}}$, 当 $f(\alpha)$ 取定值时, α 可能是 ()
- A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角

二、填空题

- *10. [2024·山东济宁嘉祥一中高一月考] 若 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 且 $\tan \alpha < 0$, 则 $\cos \alpha =$ _____.
11. [2024·福建厦门二中高一月考] 若 $\sin \theta - \cos \theta = \sqrt{2}$, 则 $\tan \theta - \frac{1}{\tan \theta} =$ _____.
- *12. [2024·山东邹城二中高一月考] 若对任意的 $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$, 不等式 $\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{4}{\cos^2 \theta} \geq m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为 _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. (1)[2024·江苏锡东高级中学高一月考]化简:

$$\frac{\sqrt{1-2\sin 40^\circ \cos 40^\circ}}{\cos 40^\circ - \sqrt{1-\cos^2 40^\circ}};$$

(2)已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$, 且 α 是第三象限角, 求

$$\frac{1-\cos^2 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\tan^2 \alpha - 1}$$
 的值.

14. (1)已知 $1 - a \sin \alpha = \cos \alpha$, $1 + \cos \alpha = b \sin \alpha$ ($\alpha \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}$), 求证: $ab = 1$.

(2)已知 $\begin{cases} \tan \alpha + \sin \alpha = m, \\ \tan \alpha - \sin \alpha = n, \end{cases}$ 求证: $(m^2 - n^2)^2 = 16mn$.

思维探索 选做题

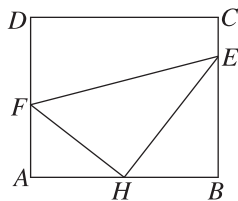
15. (多选题)[2023·安徽马鞍山一中月考]已知 α, β 是第一象限角, 且 $\sin \alpha > \sin \beta$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $\alpha > \beta$ B. $\tan^2 \alpha > \tan^2 \beta$
 C. $\cos^2 \alpha < \cos^2 \beta$ D. $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta > 1$

16. 如图, 某污水处理厂要在一个矩形污水处理池 $ABCD$ 的池底水平铺设污水净化管道来处理污水, 设计要求管道的接口 H 是 AB 的中点, 接口 E, F 分别落在 BC, AD 上. 已知 $AB = 20$ m, $AD = 10\sqrt{3}$ m, $\triangle FHE$ 是直角三角形且 H 是直角顶点, 记 $\angle BHE = \theta$.

(1)试将污水净化管道的长度 L (单位: m) 表示为 θ 的函数, 并写出定义域;

(2)若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$, 求此时管道的长度.



7.2.4 诱导公式

第1课时 诱导公式(一)

一、选择题

1. [2024·石家庄外国语学校高一期末]

$$\cos\left(-\frac{16\pi}{3}\right) = \quad (\quad)$$

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. [2024·浙江嘉兴高一期末] 已知 $\sin(\pi+\alpha) =$

$$\frac{3}{5}, \text{ 则 } \sin \alpha = \quad (\quad)$$

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

3. 若 n 为整数, 则化简 $\frac{\sin(n\pi+\alpha)}{\cos(n\pi+\alpha)}$ 所得的结果是

()

A. $\tan n\alpha$ B. $-\tan n\alpha$

C. $\tan \alpha$ D. $-\tan \alpha$

4. [2024·河南驻马店高一期中] 已知 $a = \tan \frac{4\pi}{3}$,

$$b = \sin \frac{2\pi}{3}, c = \cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right), \text{ 则 } \quad (\quad)$$

A. $a > c > b$ B. $a > b > c$

C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

5. [2023·江西赣抚吉十一校高一期中] 已知点

$A(\cos 23^\circ, \sin 157^\circ)$ 是角 α 终边上的一点, 若 $0^\circ < \alpha < 360^\circ$, 则 $\alpha =$ ()

A. 23° B. 157°

C. 293° D. 337°

6. 下列说法中正确的是 ()

A. 若 $\sin(\pi-\alpha) = \frac{1}{2}$, 则 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

B. 若 $\cos(\pi+\alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

C. 若 $\tan(\pi+\alpha) = -2$, 则 $\tan \alpha = 2$

D. 若 $\cos(\pi-\alpha) = \frac{1}{4}$, 则 $\cos \alpha = \frac{1}{4}$

*7. [2023·浙江宁波高一期中] 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{7} -$

$$x\right) = -\frac{2}{3}, \text{ 则 } \cos\left(\frac{6\pi}{7} + x\right) = \quad (\quad)$$

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

8. (多选题) 在平面直角坐标系中, 若角 α 与角 β 的终边关于 y 轴对称, 则下列等式恒成立的是

()

A. $\sin(\alpha + \pi) = \sin \beta$

B. $\sin(\alpha - \pi) = \sin \beta$

C. $\sin(2\pi - \alpha) = -\sin \beta$

D. $\sin(2\pi + \alpha) = \sin \beta$

9. (多选题) [2024·安徽宣城高一期末] 若 $n \in \mathbf{Z}$, 则 $\sin n\pi + \cos(n+1)\pi$ 的可能取值是 ()

A. -1 B. 0

C. 1 D. 2

二、填空题

10. [2024·上海川沙中学高一月考] 若 $\alpha \in (0, \pi)$,

$$\cos(\pi - \alpha) = \frac{3}{5}, \text{ 则 } \tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}.$$

11. [2023·南昌高一期中] 已知角 β 的终边上有一点 $P(-3, 4)$, 且 $\alpha + \beta = \pi$, 则 $\sin \alpha =$ _____.

12. 若函数 $f(x) = a \sin(\pi x + \alpha) + b \cos(\pi x + \beta)$, 其中 a, b, α, β 都是非零实数, 且满足 $f(2023) = -1$, 则 $f(2024)$ 的值为 _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

*13. (1) [2024·杭州四中高一期中] 计算:

$$\sin\left(-\frac{23\pi}{6}\right) + \cos\frac{23\pi}{7} \cdot \tan 2024\pi - \cos\frac{13\pi}{3}.$$

(2) 已知 $\tan\left(\alpha + \frac{8\pi}{7}\right) = m$, 求证:

$$\frac{\sin\left(\frac{15\pi}{7} + \alpha\right) + 3\cos\left(\alpha - \frac{13\pi}{7}\right)}{\sin\left(\frac{20\pi}{7} - \alpha\right) - \cos\left(\alpha + \frac{22\pi}{7}\right)} = \frac{m+3}{m+1}.$$

14. 已知 $\sin(\alpha + \beta) = 1$, 求证: $\tan(2\alpha + \beta) + \tan\beta = 0$.

思维探索 选做题

15. [2024·北京育才学校高一月考] 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 与角 β 的顶点均与坐标原点重合, 始边均落在 x 轴的正半轴上, 它们的终边关于 y 轴对称. 若 $\cos\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则 $\cos\beta =$

- ()
- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
 C. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

16. [2023·上海进才中学高一月考] 已知 $\sin(3\pi - \alpha) = \sqrt{2}\sin(\pi - \beta)$, $\sqrt{3}\cos(-\alpha) = -\sqrt{2}\cos(\pi + \beta)$, 且 $\alpha, \beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 求 α, β .

第 2 课时 诱导公式 (二)

一、选择题

1. 与 $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$ 一定相等的是 ()

- A. $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$ B. $\cos(\theta + \frac{\pi}{2})$
 C. $\sin(\theta + \frac{\pi}{2})$ D. $\cos(\pi - \theta)$

2. 已知 $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$, $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\tan(x + \frac{\pi}{4}) = 2$
 C. $\cos(\frac{\pi}{4} - x) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\sin(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

3. [2024 · 河南驻马店高一期末] 已知 $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{3}{5}$, 则 $\cos(x - \frac{7\pi}{6}) =$ ()

- A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{4}{5}$
 C. $\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

4. [2024 · 河南开封高一期末] 在平面直角坐标系中, 若角 α 的终边经过点 $P(\sin \frac{\pi}{6}, -\cos \frac{\pi}{6})$, 则 $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

5. 在平面直角坐标系中, 角 α 的顶点与原点重合, 始边落在 x 轴的正半轴上, 将角 α 的终边逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 得到角 β , 若 $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \beta =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$
 C. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6. 已知角 θ 与 φ 都是任意角, 若满足 $\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$, 则称 θ 与 φ “广义互余”. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = -\frac{1}{4}$, 则下列角 β 中可能与角 α “广义互余”的是 ()

- A. $\sin \beta = \frac{1}{4}$ B. $\cos(\pi - \beta) = \frac{1}{4}$
 C. $\tan \beta = \frac{\sqrt{15}}{15}$ D. $\cos(2\pi - \beta) = \frac{1}{4}$

7. 当 θ 为第二象限角, 且 $\sin(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{3}$ 时,

$\frac{\sqrt{1-2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}}{\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2}}$ 的值是 ()

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 0

8. (多选题) [2024 · 河南商丘高一期末] 已知 $\cos(\frac{\pi}{2} - \beta) \cdot \cos \beta > 0$, 则角 β 的终边可能在 ()

- A. 第四象限 B. 第三象限
 C. 第二象限 D. 第一象限

*9. (多选题) [2023 · 广州五中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 为其内角, 则下列关系式恒成立的有 ()

- A. $\sin(A+B) = \sin C$
 B. $\cos(\frac{A+B}{2}) = \sin \frac{C}{2}$
 C. $\sin(2A+2B) + \sin 2C = 0$
 D. $\cos(2A+2B) + \cos 2C = 0$

二、填空题

10. [2023 · 河南豫东高一期中] 若 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{3}{4}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) =$ _____.

11. 已知 θ 是第四象限角, $\sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) =$ _____, $\tan(\theta - \frac{7\pi}{6}) =$ _____.

12. $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) \tan(\pi - \alpha)}{\tan(-\alpha - \pi) \sin(-\alpha - \pi)} =$ _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. [2024·陕西渭南一中高一月考] 已知角 α 的终边经过点 $(1, 2)$.

(1) 求 $\frac{\cos(\alpha - \frac{\pi}{2}) - \sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{2\sin(\alpha + \pi) + \cos(2\pi - \alpha)}$ 的值;

(2) 求 $2\sin^2\alpha + \sin\alpha\cos\alpha$ 的值.

14. 已知 $\sin(53^\circ - \alpha) = \frac{1}{5}$, 且 $-270^\circ < \alpha < -90^\circ$.

(1) 求 $\sin(127^\circ + \alpha)$ 的值;

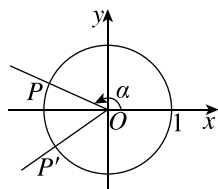
(2) 求 $\sin(37^\circ + \alpha)$ 的值.

思维探索 选做题

15. [2024·黑龙江大庆铁人中学

高一期末] 如图所示, 角 α 的终边 OP 与单位圆交于点 P ,

将角 α 的终边 OP 逆时针旋



转 $\frac{\pi}{3}$ 至 OP' 的位置, 若 $P'(\frac{-2\sqrt{15} + \sqrt{5}}{10},$

$-\frac{2\sqrt{5} + \sqrt{15}}{10})$, 则 $\sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) =$ _____,

$\sin(\frac{2\pi}{3} - \alpha) =$ _____.

16. 化简: $\sin(\frac{4k-1}{4}\pi - \alpha) + \cos(\frac{4k+1}{4}\pi - \alpha)$

$(k \in \mathbf{Z})$.

► 滚动习题 (一)

范围 7.1~7.2

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. [2024·重庆长寿区高一期末] 下列角的终边落在射线 $y=x(x \geq 0)$ 上的是 ()

- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$

2. [2024·北京延庆区高一期中] “ $\sin 2\theta > 0$ ”是“ θ 为第一或第三象限角”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

3. $\sin 675^\circ \cdot \cos 315^\circ \cdot \tan 390^\circ =$ ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知 $\sin \theta + \sin^2 \theta = 1$, 则 $\cos^2 \theta + \cos^4 \theta =$ ()

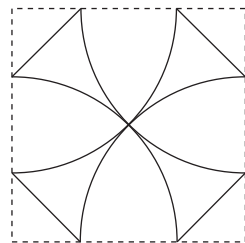
- A. 1 B. 2
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

5. [2024·江苏如皋中学高一期末] 已知角 θ 的终边经过点 $P(4a, -3a)(a \neq 0)$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \sin(3\pi + \theta) =$ ()

- A. $\pm \frac{7}{5}$ B. $\pm \frac{1}{5}$
C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

6. [2024·昆明西南联大研究院附属学校高一期末] 窗花是贴在窗纸或窗户玻璃上的剪纸,是中国古老的传统民间艺术之一,它历史悠久,风格独特,深受国内外人士所喜爱.如图所示的四叶形窗花是由一些圆弧构成的旋转对称图形,若设外围虚线正方形的边长为 a ,则窗花的面积为 ()

- A. $(2\sqrt{2}-1-\frac{\pi}{2})a^2$
B. $(2\sqrt{2}-1+\frac{\pi}{2})a^2$
C. $(\pi+\sqrt{2}-1)a^2$
D. $(\frac{\pi}{2}+\sqrt{2}-1)a^2$



二、多项选择题:本题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知角 α 的终边绕原点 O 逆时针旋转 $\frac{2\pi}{3}$ 后与角 β 的终边重合,且 $\cos(\alpha + \beta) = 1$, 则 α 的可能取值为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $-\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $-\frac{2\pi}{3}$

8. [2024·河南南阳高一期末] 下列说法正确的是 ()

- A. 若角 α 的终边经过点 $P(5k, 12k), k \neq 0$, 则 $\sin \alpha = \frac{12}{13}$
B. $\tan(-210^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. 若 $\cos \alpha > 0$, 则 α 为第一或第四象限角
D. 若角 α 和角 β 的终边关于 y 轴对称, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \beta$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. [2024·福建三明高一期末] 中国折扇有着深厚的文化底蕴.某折扇的扇环如图所示,其中外弧线的长为 50 cm,内弧线的长为 15 cm,连接外弧与内弧的两端的线段长均为 14 cm,则该扇环的面积为 _____ cm^2 .



10. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) =$ _____.

11. 若 $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 记 $P = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta, Q = \cos^3 \theta - \sin^3 \theta, R = \cos^4 \theta - \sin^4 \theta$, 则 P, Q, R 的大小关系为 _____.

班级
姓名
答题区
号
1
2
3
4
5
6
7
8

四、解答题：本题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分)[2024·河南南阳高一期中] 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$) 的顶点与坐标原点重合,始边落在 x 轴的正半轴上,终边与单位圆 O 相交于点 $P(-\frac{\sqrt{5}}{5}, m)$.

(1) 求 $m, \tan \alpha$ 的值;

(2) 求 $\frac{-\cos(2\pi - \alpha) + \sin(\pi + \alpha)}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) - 3\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}$ 的值.

13. (15 分)(1) 若 $\sin(\alpha + \pi) = \frac{1}{4}$, 求 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) + \sin(\alpha - 3\pi)$ 的值.

(2) 若 $\sin(\theta + \frac{3\pi}{2}) = \cos(\theta - \frac{\pi}{2})$, 求 $\frac{2\sin(\theta - 2\pi) + \cos(\pi - \theta)}{\cos(\theta + \frac{\pi}{2})}$ 的值.

14. (15 分) 已知 $\sin \alpha, \cos \alpha$ 是关于 x 的方程 $8x^2 + 6mx + 2m + 1 = 0$ 的两根, 求 $\frac{1}{\sin \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha}$ 的值.

